

14.02 Поиск цифр(-ы) числа

Задача 1

Значение выражения $343^5 + 7^3 - 1 - X$ записали в системе счисления с основанием 7, при этом в записи оказалось 12 цифр 6. При каком минимальном целом положительном X это возможно?

В этой задаче нам нужно найти минимальное положительное число X , такое что выражение $343^5 + 7^3 - 1 - X$ в 7-ричной системе счисления содержит ровно 12 цифр 6. Для этого мы начинаем с организации перебора всех возможных значений X с помощью цикла `for x in range(1, 10000000)`, начиная с 1, так как ищем минимальное положительное значение. Для каждого значения X вычисляем число $k = 343^5 + 7^3 - 1 - X$ в десятичной системе. Далее нам необходимо подсчитать количество цифр 6 в 7-ричной записи этого числа. Вместо явного преобразования числа в строку с основанием 7 мы используем деление с остатком: пока $k \neq 0$, проверяем, равен ли остаток от деления на 7 цифре 6 с помощью $k \% 7 == 6$, и если да, увеличиваем счётчик `counter` на 1. После проверки каждой цифры число уменьшается целочисленным делением на 7 $k //= 7$, чтобы перейти к следующей цифре. Когда все цифры проверены, сравниваем количество найденных шестерок с 12: если `counter == 12`, значит текущее X удовлетворяет условию, и мы выводим его через `print(x)` и прерываем цикл командой `break`, так как нам требуется минимальное значение.

```
# Перебор возможных значений X, начиная с 1
for x in range(1, 10000000):
    # Вычисляем выражение в десятичной системе: k = 343^5 + 7^3 - 1 - X
    k = 343**5 + 7**3 - 1 - x
    # Инициализируем счётчик цифр 6 в 7-ричной записи
    counter = 0
    # Пока число не равно нулю, проверяем каждую цифру в 7-ричной записи
    while k != 0:
        # Если последняя цифра равна 6, увеличиваем счётчик
        counter += k % 7 == 6
        # Убираем последнюю цифру (делим на 7 целочисленно)
        k //= 7
    # Если найдено ровно 12 цифр 6, выводим текущий X и прерываем цикл
    if counter == 12:
        print(x)
        break
```

Ответ: 400

Задача 2

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 4.

$$20x3_4 + 1x32_4$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 4-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 3. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 3 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение:

Даны два числа в 4-ричной системе счисления с переменной x : $20x3_4$ и $1x32_4$, где x может принимать значения от 0 до 3. Наша задача — найти наименьшее значение x , при котором сумма этих чисел в десятичной системе делится на 3, и затем вычислить частное от деления суммы на 3. Мы начинаем с перебора всех возможных значений x с помощью цикла `for x in range(4)`. Для каждого значения x мы составляем строковое представление первого числа `'20' + str(x) + '3'` и второго числа `'1' + str(x) + '32'`. Функция `int(строка, 4)` преобразует эти строки из 4-ричной системы в десятичные числа. Затем мы суммируем эти два числа, получая результат выражения в десятичной системе. После этого проверяем, делится ли сумма на 3, используя условие `if res % 3 == 0`, где `res % 3` — это остаток от деления на 3. Если остаток равен нулю, значит, сумма делится на 3, и мы выводим частное от деления суммы на 3 через `print(res // 3)`.

```
# Перебираем все возможные значения x от 0 до 3
for x in range(4):
    # Преобразуем первое число $20x3_4$ в десятичную систему
    a = int('20' + str(x) + '3', 4)
    # Преобразуем второе число $1x32_4$ в десятичную систему
    b = int('1' + str(x) + '32', 4)
    # Находим сумму чисел
    res = a + b
    # Проверяем, делится ли сумма на 3
    if res % 3 == 0:
        # Если делится, выводим частное от деления суммы на 3
        print(res // 3)
        # Прерываем цикл, так как мы ищем минимальное x
        break
```

Ответ: 83

Задача 3

Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 6 и 4.

$$1x34_6 + 23x1_4$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 4-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 7. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 7 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение:

Даны два числа в разных системах счисления: первое $1x34_6$ в 6-ричной и второе $23x1_4$ в 4-ричной системе, при этом переменная x обозначает неизвестную цифру из алфавита 4-ричной системы счисления (значит, x может быть 0, 1, 2 или 3). Нам нужно найти наибольшее значение x , при котором сумма этих чисел в десятичной системе делится на 7, а затем вычислить частное от деления этой суммы на 7. Для реализации перебираем все возможные значения x с помощью цикла `for x in range(4)`. Для каждого x формируем строковое представление первого числа `'1' + str(x) + '34'` и второго числа `'23' + str(x) + '1'`. Функция `int(строка, основание)` переводит такие строки в десятичное число, учитывая указанное основание системы счисления (в первом случае 6, во втором 4). После перевода суммируем оба результата, получая значение выражения в десятичной системе. Далее проверяем условие делимости на 7 через `if сумма % 7 == 0`, где операция `%` возвращает остаток от деления на 7. Если остаток равен нулю, значит, текущее x подходит, и мы выводим частное от деления суммы на 7 с помощью `print(сумма // 7)`. Так как перебор идёт от меньшего к большему, наибольшее подходящее x будет напечатано последним, и именно его частное — это итоговый ответ.

```
# Перебираем все возможные значения x от 0 до 3 (все цифры 4-ричной системы счисления)
for x in range(4):
    # Проверяем, делится ли сумма двух чисел $1x34_{6}$ и $23x1_{4}$ на 7
    # Первое число формируем как '1' + str(x) + '34' и переводим в десятичную систему из 6-ричной
    # Второе число формируем как '23' + str(x) + '1' и переводим в десятичную систему из 4-ричной
    # Складываем эти значения и берём остаток от деления на 7
    if (int('1' + str(x) + '34', 6) + int('23' + str(x) + '1', 4)) % 7 == 0:
        # Если сумма делится на 7, выводим частное от деления суммы на 7
        print((int('1' + str(x) + '34', 6) + int('23' + str(x) + '1', 4)) // 7)
```

Ответ: 65

Задача 4

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 11.

$$348x5_{11} + 1x111_{11}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 11-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 8. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 8 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение:

Даны два числа в 11-ричной системе счисления: $348x5_{11}$ и $1x111_{11}$, в которых переменная x обозначает неизвестную цифру из алфавита этой системы. Алфавит 11-ричной системы включает цифры от 0 до 9 и букву A, обозначающую число 10 в десятичной системе. Наша задача — найти наименьшее значение x , при котором сумма этих чисел в десятичной системе делится на 8, а затем вычислить частное от деления этой суммы на 8. Для этого мы перебираем все возможные значения x , проходя по строке '0123456789A' с помощью цикла `for x in '0123456789A'`, где каждая итерация возвращает символ, который может представлять цифру в 11-ричной системе. На каждой итерации мы формируем строковое представление первого числа '348' + `str(x)` + '5' и второго числа '1' + `str(x)` + '111'. Затем с помощью функции `int(строка, 11)` каждое из этих представлений переводится в десятичное число: второй аргумент функции указывает, что исходное значение записано в системе счисления с основанием 11. После перевода мы складываем оба результата и сохраняем сумму в переменной `s`. Далее проверяем, делится ли эта сумма на 8, используя условие `if s % 8 == 0`, где `%` возвращает остаток от деления на 8. Если остаток равен нулю, значит, сумма делится на 8, и мы выводим частное от деления суммы на 8 через `print(s // 8)`. Поскольку требуется наименьшее значение x , после вывода результата используем команду `break`, чтобы остановить выполнение цикла и не проверять остальные значения x .

```
# Перебираем все возможные значения x из алфавита 11-ричной системы счисления (0-9 и A для числа 10)
for x in '0123456789A':
    # Переводим первое число $348x5_{11}$ в десятичную систему
    # Формируем строку, подставляя текущее значение x, и используем основание 11
    # Аналогично переводим второе число $1x111_{11}$ в десятичную систему
    # Складываем оба результата и сохраняем в переменную s
    s = int('348' + str(x) + '5', 11) + int('1' + str(x) + '111', 11)
    # Проверяем, делится ли сумма на 8 (остаток от деления на 8 равен нулю)
    if s % 8 == 0:
        # Если делится, выводим частное от деления суммы на 8
        print(s // 8)
        # Прерываем цикл, так как найдено наименьшее подходящее значение x
        break
```

Ответ: 8292