

14.01 системы счисления

Задача 1

Сколько значащих нулей содержится в троичной записи числа $9^{215} + 27^{65} - 81^{42}$?

Решение:

Решение программой

Для подсчёта количества нулей в троичной записи числа необходимо написать алгоритм перевода исходного числа в троичную систему счисления. Для перевода реализуем в программе стандартный алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в другую.

Исходное выражение

$$a = 9^{**215} + 27^{**65} - 81^{**4}$$

Переменная для хранения числа в 3-ричной системе в виде строки

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевод числа из десятичной системы в 3-ричную

```
while a > 0:
```

Получаем последнюю цифру (остаток от деления на 3) и добавляем её в начало строки

```
s = str(a % 3) + s
```

Отбрасываем последнюю цифру (целочисленное деление на 3)

```
a //= 3
```

Подсчёт и вывод количества цифр '0' в 3-ричной записи числа

```
print(s.count('0'))
```

Ответ: 251

Решение руками:

Приведем к общему основанию:

$$3^{430} + 3^{195} - 3^{16}$$

Переведем в троичную систему счисления и получим:

$$1 \underbrace{000 \dots 000}_{430} + 1 \underbrace{000 \dots 000}_{195} - 1 \underbrace{000 \dots 000}_{16}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 1\,000\ldots000 & 1\,000\ldots000 & \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\
 234 & 195 &
 \end{array} \\
 - & & 1\,000\ldots000 \\
 & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 & & 16 \\
 \hline
 1\,000\ldots000 & 222\ldots222 & 000\ldots000 \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 235 & 179 & 16
 \end{array}$$

ОТВЕТ: 251

Задача 2

Значение выражения $49^7 + 7^{21} - 7$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Решение.

Последовательно будем преобразовывать данное выражение:

$$49^7 + 7^{21} - 7 = 7^{14} + 7^{21} - 7.$$

Это вычитание $7^{14} - 7$ в системе счисления с основанием 7 будет выглядеть как тринадцать шестёрок и один ноль. А 7^{21} — как одна единица и 21 ноль.

Таким образом, всего 13 шестёрок.

Ответ: 13.

Приведём другое решение на языке Python.

```
# Исходное выражение
```

```
a = 49 ** 7 + 7 ** 21 - 7
```

```
# Переменная для хранения числа в 3-ричной системе в виде строки
```

```
s = ''
```

```
# Перевод числа из десятичной системы в 3-ричную
```

```
while a > 0:
```

```
    # Получаем последнюю цифру (остаток от деления на 3) и добавляем её в начало строки
```

```
    s = str(a % 3) + s
```

```
    # Отбрасываем последнюю цифру (целочисленное деление на 3)
```

```
    a //= 3
```

```
# Подсчёт и вывод количества цифр '0' в 3-ричной записи числа
```

```
print(s.count('0'))
```

Задача 3

Сколько значащих 'F' содержится в записи числа в системе счисления равной 16: $16^6 + 16^{13} - 289$?

Решение:

Решение программой

Для подсчёта количества цифр F (15 в десятичной) в 16-ричной записи числа необходимо написать алгоритм перевода исходного числа в 16-ричную систему счисления. Для перевода реализуем в программе стандартный алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в другую. Однако важно учесть, что в 16-ричной системе счисления в том числе используются цифры A (10 в десятичной) и B (11 в десятичной). Чтобы подчитывать такие цифры отдельно, будем сохранять каждую полученную цифру в отдельной ячейке массива.

```
# Исходное выражение
```

```
s = 16**6 + 16**13 - 289
```

```
# Список для хранения цифр числа в 16-ричной системе
```

```
r = []
```

```
# Перевод числа из десятичной системы в 16-ричную
```

```
while s > 0:
```

```
    # Получаем последнюю цифру (остаток от деления на 16)
```

```
    r.append(s % 16)
```

```
    # Отбрасываем последнюю цифру (целочисленное деление на 16)
```

```
    s = s // 16
```

```
# Подсчёт и вывод количества цифр F в 16-ричной записи числа
```

```
print(r.count(15))
```

Решение руками:

Переведем в систему счисления равную 16 и получим:

$$\underbrace{1\,000\dots000}_{13} + \underbrace{1\,000\dots000}_6 - 121$$

$$\begin{array}{r} 100000001000000 \\ - 121 \\ \hline 10000000FFFFEDF \end{array}$$

Получаем, что количество F равно 4.

Ответ: 4

Задача 4

Сколько значащих цифр C содержится в записи числа, данного ниже, в системе счисления с основанием 13?

$$13^{14} + 13^{35} - 547$$

Решение:

Решение программой

Для подсчёта количества цифр C (12 в десятичной) в 13-ричной записи числа необходимо написать алгоритм перевода исходного числа в 13-ричную систему счисления. Для перевода реализуем в программе стандартный алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в другую. Однако важно учесть, что в 13-ричной системе счисления в том числе используются цифры A (10 в десятичной) и B (11 в десятичной), поэтому будем сохранять каждую полученную цифру в отдельной ячейке массива.

<https://3.shkolkovo.online/catalog/>

Исходное выражение

$s = 13^{14} + 13^{35} - 547$

Список для хранения цифр числа в 13-ричной системе

$r = []$

Перевод числа из десятичной системы в 13-ричную

while $s > 0$:

 # Получаем последнюю цифру (остаток от деления на 13)

$r.append(s \% 13)$

 # Отбрасываем последнюю цифру (целочисленное деление на 13)

$s = s // 13$

Подсчёт и вывод количества цифр C в 13-ричной записи числа

$print(r.count(12))$

Решение руками:

Переведем в систему счисления с основанием 13 и получим:

$$1 \underbrace{000 \dots 000}_{14} + 1 \underbrace{000 \dots 000}_{35} - 331$$



$$\begin{array}{r} 1 \underbrace{000 \dots 000}_{20} 1 \underbrace{000 \dots 000}_{14} \\ - \phantom{1 \underbrace{000 \dots 000}_{20}} 331 \\ \hline 1 \underbrace{000 \dots 000}_{20} 0CCCCCCCCCCCC99C \end{array}$$

Ответ: 12