

ВОПРОСЫ

1. Алгебра логики -?
2. Логические переменные
3. Отличие логической переменной от логической функции
4. Основные логические операции-обозначение, таблицы истинности.
5. Выполнить задания: рт 8 (1 часть) - №77, учебник стр. 37 - № 4, 5

§ 3. Алгебра высказываний

Алгебра логики (алгебра высказываний) – раздел математической логики, изучающий строение сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов.

В алгебре логики простые высказывания заменяют *логическими переменными*, которые обозначаются латинскими буквами, причем значениями переменных могут быть только 0 (ложь) или 1 (истина).

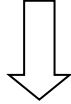
Например:

$A = \text{Все мальчики – хулиганы.} = 0$ – ложное высказывание

$B = \text{В школе дети изучают информатику.} = 1$ – истинное высказывание

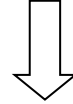
В алгебре логики над высказываниями можно производить определенные логические операции, в результате которых получают новые составные высказывания. Составное высказывание можно представить в виде формулы (*логического выражения*), в которую входят *логические переменные*, обозначающие высказывания, и *знаки логических операций*, обозначающие логические функции.

Логическая переменная – простое высказывание, обозначенное буквой и имеющее значение «ИСТИНА» (1) или «ЛОЖЬ» (0)



A = «У ромба диагонали в точке пересечения делятся пополам» = «ИСТИНА»
B = «У ромба диагонали перпендикулярны» = «ИСТИНА»

Логическая функция (выражение) – составное высказывание, состоящее из логических переменных, связанных логическими операциями



«У ромба диагонали перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам»

$$F(A, B) = A \text{ и } B$$

Логические операции – логические действия над логическими переменными.

§ 4. Таблицы истинности

Для каждой логической операции и логического выражения можно построить таблицу истинности.

Таблица истинности – таблица, в которой определены все возможные значения входящих логических переменных и соответствующие им значения функции.

§ 5. Основные логические операции

1. Конъюнкция (логическое умножение)

от лат. Conjunctio – связываю, соответствует союзу И.

Обозначение: $\cap$, $\&$, and, $\cdot$, И

Например:

На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»

Обозначим высказывания:

A = На автостоянке стоит «Мерседес».

B = На автостоянке стоят «Жигули».

Конъюнкция:

На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули» = $A \cap B$

Таблица истинности для конъюнкции

A	B	$A \cap B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно.

Пример: Даны высказывания:

A – «Число 10 – четное» = *ИСТИНА* = 1

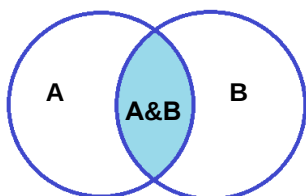
B – «Число 10 – отрицательное» = *ЛОЖЬ* = 0

C – «Число 10 кратно 2» = *ИСТИНА* = 1

$A \cap B$ – «Число 10 – четное и отрицательное» - *ЛОЖЬ* = $1 \cap 0 = 0$

$A \cap C$ – «Число 10 четное и кратно 2» - *ИСТИНА* = $1 \cap 1 = 1$

Графическое представление конъюнкции



2. Дизъюнкция (логическое сложение)

от лат. Disjunctio – различаю, соответствует союзу ИЛИ.

Обозначение: $\cup$, $|$, $+$, или, or.

Например:

На автостоянке стоят «Мерседес» или «Жигули».

Обозначим высказывания:

A = На автостоянке стоит «Мерседес».

B = На автостоянке стоят «Жигули».

Дизъюнкция:

На автостоянке стоят «Мерседес» или «Жигули» = $A \cup B$

Таблица истинности для конъюнкции

A	B	$A \cup B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны, и истинна, если хотя бы одно высказывание истинно.

Пример: Даны высказывания

A – «Число 10 – четное» = *ИСТИНА* = 1

B – «Число 10 – отрицательное» = *ЛОЖЬ* = 0

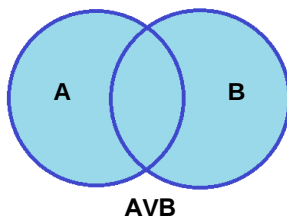
C – «Число 10 - простое» = *ЛОЖЬ* = 0

$A \cup B$ – «Число 10 – четное или отрицательное» - *ИСТИНА* = $1 \cup 0$
= 1

$A \cup C$ – «Число 10 четное или простое» - *ИСТИНА* = $1 \cup 0$ = 1

$B \cup C$ – «Число 10 отрицательное или простое» - *ЛОЖЬ* = $0 \cup 0$ = 0

Графическое представление дизъюнкции



3. Исключающая дизъюнкция

соответствует речевому обороту «либо, либо»

Обозначение: xor

Например:

Либо дождя не будет, либо небо голубое.

Обозначим высказывания:

A = Дождя не будет

B = Небо голубое.

Исключающая дизъюнкция:

Либо дождя не будет, либо небо голубое = $A \text{ xor } B$

Таблица истинности для исключающей дизъюнкции

A	B	$A \text{ xor } B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Исключающая дизъюнкция двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны или истинны, и истинна, когда хотя бы одно высказывание истинно.

Исключающая дизъюнкция может быть представлена в виде:

$$A \text{ xor } B = A\bar{B} + \bar{A}B$$

4. Инверсия (отрицание)

от лат. Inversio – переворачиваю. Логическое отрицание образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что ...».

Обозначение: $\bar{A}$, $\neg A$, $\neg A$, не А. NOT А

Например:

Обозначим высказывание:

$A = \text{Я люблю информатику.}$

Инверсия:

$\text{Я не люблю информатику} = \neg A$

$\text{Неверно, что я люблю информатику} = \neg A$

Таблица истинности для инверсии

A	$\neg A$
0	1
1	0

Инверсия высказывания истинна, когда высказывание ложно и наоборот, ложна, когда высказывание истинно.

Пример: Даны высказывания

$A - \text{«Число 10 – четное»} = \text{ИСТИНА} = 1$

$B - \text{«Число 10 – отрицательное»} = \text{ЛОЖЬ} = 0$

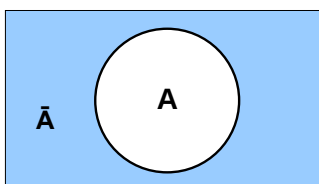
$C - \text{«Луна – спутник Земли»} = \text{ИСТИНА} = 1$

$\text{Не } A - \text{«Неверно, что число 10 – четное»} = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$\text{Не } B - \text{«Число 10 – неотрицательное»} = \text{ИСТИНА} = 1$

$\text{Не } C - \text{«Луна – не является спутником Земли»} = \text{ЛОЖЬ} = 0$

Графическое представление конъюнкции



5. Импликация (логическое следование)

соответствует речевому обороту ЕСЛИ А, ТО В; В, ЕСЛИ А;
КОГДА А, ТОГДА В

Обозначение: $\rightarrow$

Например:

Если на улице дождь, то асфальт мокрый .

Обозначим высказывания

A = На улице дождь.

B = Асфальт мокрый.

Импликация:

Если на улице дождь, то асфальт мокрый = $A \rightarrow B$

Таблица истинности для импликации

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Импликация истинна всегда, за исключением случая, когда A истинно, а B ложно.

Импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

Импликация может быть представлена в виде:

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

Пример: Даны высказывания

A – «Число 10 – четное» = *ИСТИНА* = 1

B – «Число 10 – отрицательное» = *ЛОЖЬ* = 0

$C - \text{«Число 10 - простое»} = ЛОЖЬ = 0$

$A \rightarrow B - \text{«Если число 10 – четное, то оно - отрицательное»} = ЛОЖЬ = 1 \rightarrow 0 = 0$

$A \rightarrow C - \text{«Число 10 простое, если четное»} = ЛОЖЬ = 1 \rightarrow 0 = 0$

6. Эквивалентность (равнозначность)

соответствует речевым оборотам ЭКВИВАЛЕНТНО; ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА.

Обозначение: $\leftrightarrow, =$

Например:

Число кратно 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится нацело на 3

Обозначим высказывания:

$A = \text{Число делится на 3 без остатка.}$

$B = \text{Сумма цифр числа делится нацело на 3.}$

Эквивалентность:

Число кратно 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится нацело на 3 $= A \leftrightarrow B$

Таблица истинности для эквивалентности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Эквивалентность истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны или ложны.

Пример: Даны высказывания

$A - \text{«Число 10 – четное»} = ИСТИНА = 1$

$B - \text{«Число } 10 - \text{отрицательное»} = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$C - \text{«Число } 10 - \text{простое»} = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$A \leftrightarrow B - \text{«Число } 10 - \text{четное, тогда и только тогда, когда оно - отрицательное»} = \text{ЛОЖЬ} = 1 \leftrightarrow 0 = 0$

$B \leftrightarrow C - \text{«Число } 10 \text{ такое же простое, как и отрицательное»} = \text{ИСТИНА} = 0 \leftrightarrow 0 = 1$

Эквивалентность может быть представлена в виде:

$$A \leftrightarrow B = AB + \overline{A}\overline{B}$$